

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Nguyễn Thị Kim Oanh

BÀI TOÁN CÂN BẰNG VÉCTƠ TRÊN TẬP TRÙ MẶT

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

Nguyễn Thị Kim Oanh

BÀI TOÁN CÂN BẰNG VÉCTƠ TRÊN TẬP TRÙ MẶT

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học

TS. BÙI THẾ HÙNG

Thái Nguyên - 2017

Lời cam đoan

i

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017
Người viết luận văn

Nguyễn Thị Kim Oanh

Xác nhận
của trưởng khoa Toán

Xác nhận
của người hướng dẫn khoa học

TS. Bùi Thế Hùng

Lời cảm ơn

Trước khi trình bày nội dung chính của luận văn, tôi xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới **TS. Bùi Thế Hùng**, người thầy tận tình hướng dẫn tôi trong suốt quá trình nghiên cứu để tôi có thể hoàn thành luận văn này.

Tôi xin trân trọng cảm ơn Ban Giám hiệu, khoa Toán cùng toàn thể các thầy cô giáo trường ĐHSP Thái Nguyên, Viện Toán học và Trường Đại học Sư phạm Hà Nội đã truyền thụ cho tôi những kiến thức quan trọng, tạo điều kiện thuận lợi và cho tôi những ý kiến đóng góp quý báu trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Cuối cùng, tôi xin gửi lời cảm ơn tới gia đình, bạn bè những người đã giúp đỡ và chia sẻ với tác giả trong suốt thời gian học tập và hoàn thành luận văn của mình.

Tôi xin chân thành cảm ơn!

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Tác giả

Nguyễn Thị Kim Oanh

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Một số ký hiệu và viết tắt	iv
Mở đầu	1
1 Kiến thức chuẩn bị	3
1.1 Không gian lồi địa phương	3
1.2 Nón trong không gian tuyến tính	6
1.3 Một số tính chất của ánh xạ véctơ	7
1.4 Nguyên lý ánh xạ KKM và định lý điểm bất động . .	11
2 Bài toán cân bằng véctơ trên tập trù mật	15
2.1 Tập tự trù mật đoạn	15
2.2 Bài toán cân bằng véctơ yếu trên tập tự trù mật đoạn	19
2.3 Bài toán cân bằng véctơ mạnh trên tập tự trù mật đoạn	27
2.4 Một số ứng dụng	35
Kết luận	39
Tài liệu tham khảo	40

Một số ký hiệu và viết tắt

\mathbb{R}	tập các số thực
\mathbb{R}_+	tập số thực không âm
\mathbb{R}_-	tập số thực không dương
\mathbb{R}^n	không gian véctơ Euclide n -chiều
\mathbb{R}_+^n	tập các véctơ không âm của \mathbb{R}^n
\mathbb{R}_-^n	tập các véctơ không dương của \mathbb{R}^n
X^*	không gian đối ngẫu tôpô của không gian X
$\langle \xi, x \rangle$	giá trị của $\xi \in X^*$ tại $x \in X$
$\{x_\alpha\}$	dãy suy rộng
\emptyset	tập rỗng
$A := B$	A được định nghĩa bằng B
$A \subseteq B$	A là tập con của B
$A \not\subseteq B$	A không là tập con của B
$A \cup B$	hợp của hai tập hợp A và B
$A \cap B$	giao của hai tập hợp A và B

$A \setminus B$	hiệu của hai tập hợp A và B
$A + B$	tổng véctơ của hai tập hợp A và B
$A \times B$	tích Descartes của hai tập hợp A và B
$\text{conv } A$	bao lồi của tập hợp A
$\text{core } A$	phần trong đại số của tập hợp A
$\text{ri } A$	phần trong tương đối của tập hợp A
$\text{cl } A$	bao đóng tôpô của tập hợp A
$\text{int } A$	phần trong tôpô của tập hợp A
KKM	tên của ba nhà toán học Knater, Kuratowski và Mazurkiewicz
$\text{supp}(f)$	giá của hàm f
$x \in A$	giá trị của x thuộc vào tập hợp A
$x \notin A$	giá trị của x không thuộc vào tập hợp A
$\forall x$	với mọi giá trị của x
$\exists x$	tồn tại giá trị x
$x \leq y$	giá trị của x nhỏ hơn hoặc bằng giá trị y
$x \geq y$	giá trị của x lớn hơn hoặc bằng giá trị của y
(EP)	bài toán cân bằng vô hướng
\square	kết thúc chứng minh

Mở đầu

Bài toán cân bằng vô hướng sau đây được E. Blum và W. Oettli [3] nghiên cứu vào năm 1994: Tìm điểm $\bar{x} \in K$ sao cho

$$f(\bar{x}, x) \geq 0, \text{ với mọi } x \in K, \quad (EP)$$

trong đó K là tập con nào đó và $f : K \times K \rightarrow \mathbb{R}$ là một hàm số thực thỏa mãn điều kiện $f(x, x) \geq 0$ với mọi $x \in K$. Từ bài toán (EP) ta có thể suy ra các bài toán khác nhau trong lý thuyết tối ưu như bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán bù, bài toán cân bằng Nash, bài toán điểm yên ngựa, bài toán điểm bất động, ... (xem [2], [3], [9], [10], [13]). Chính vì vậy, bài toán này được nhiều người quan tâm nghiên cứu như E. Blum, W. Oettli, Ky Fan, Browder, Minty, Bianchi, S. Schaible, Hadjisavvas, Sau đó bài toán trên được mở rộng cho ánh xạ véctơ đơn trị từ tập con không rỗng nào đó vào không gian tuyến tính với thứ tự sinh bởi nón và người ta gọi bài toán (EP) là bài toán cân bằng véctơ hay còn được gọi là bài toán cân bằng đa mục tiêu. Từ quan hệ thứ tự sinh bởi nón, người ta đưa ra các khái niệm khác nhau về điểm hữu hiệu của một tập và phát biểu được các loại bài toán cân bằng khác nhau như bài toán cân bằng véctơ lý tưởng, bài toán cân bằng véctơ mạnh, bài toán cân bằng véctơ yếu, bài toán cân bằng véctơ thực sự (xem [1] và các tài liệu liên quan). Bài toán (EP) trong trường hợp này đóng vai trò trung tâm của lý thuyết cân bằng véctơ hay còn gọi là lý thuyết cân bằng đa mục tiêu. Lý thuyết này được hình thành từ những ý tưởng về cân bằng kinh tế, lý thuyết giá trị

của Edgeworth [6], gắn liền với tên tuổi của một số nhà toán học lớn, ta có thể kể đến như Hausdorff, Cantor, Borel, Von Neumann, Koopmans, Nhưng cũng phải cho tới năm 1954 với công trình của Deubreu [5] về giá trị cân bằng và tối ưu Pareto, lý thuyết cân bằng véctơ mới được công nhận là ngành toán học quan trọng có nhiều ứng dụng trong thực tế và được rất nhiều nhà toán học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu.

Vì những lý do đó, chúng tôi chọn đề tài "Bài toán cân bằng véctơ trên tập trù mật" làm luận văn tốt nghiệp. Mục đích chính của luận văn là trình bày một số điều kiện đủ cho sự tồn tại nghiệm của bài toán cân bằng véctơ yếu và mạnh dưới giả thiết tính liên tục theo nón và tính lồi theo nón của hàm mục tiêu trên tập con trù mật đoạn mà không cần trên toàn bộ miền xác định. Ngoài ra, luận văn trình bày một số ứng dụng vào bài toán bất đẳng thức biến phân.

Luận văn gồm phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và tài liệu tham khảo.

Chương 1 dành cho việc trình bày một số khái niệm về không gian lồi địa phương, nón trong không gian tuyến tính, tính liên tục và tính lồi theo nón của ánh xạ véctơ. Ngoài ra chúng tôi trình bày Nguyên lý ánh xạ KKM và một số định lý điểm bất động được sử dụng trong chứng minh các kết quả của chương 2.

Chương 2 trình bày một số điều kiện đủ về sự tồn tại nghiệm của bài toán cân bằng véctơ yếu và mạnh dưới giả thiết tính lồi và tính liên tục đối với hàm mục tiêu trên tập con trù mật đoạn của miền xác định. Ngoài ra, chúng tôi còn trình bày một số ứng dụng của kết quả trên vào bài toán tối ưu và bài toán bất đẳng thức biến phân véctơ Minty.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, chúng tôi trình bày một số khái niệm và kết quả quen biết về không gian lồi địa phương, nón trong không gian tuyến tính, tính liên tục và lồi theo nón của ánh xạ véctơ được dùng xuyên suốt trong luận văn. Ngoài ra chúng tôi còn trình bày một cách chi tiết Nguyên lý ánh xạ KKM và điểm bất động trong không gian tôpô tuyến tính.

1.1 Không gian lồi địa phương

Trong mục này, ta xét lớp không gian trừu tượng, đó là không gian lồi địa phương.

Định nghĩa 1.1.1. Cho X là một tập hợp không rỗng. Một họ τ những tập con của X được gọi là một tôpô trên X nếu

- (i) Hai tập \emptyset, X đều thuộc họ τ ;
- (ii) τ kín đối với phép giao hữu hạn, tức là giao của một số hữu hạn tập thuộc họ τ thì cũng thuộc họ τ ;
- (iii) τ kín đối với phép hợp bất kì, tức là hợp của một số hữu hạn hay vô hạn tập thuộc họ τ thì cũng thuộc họ τ .

Cặp (X, τ) được gọi là không gian tôpô. Các phần tử thuộc X ta gọi là